المحاضرة الخامسة

**العزوم و الدالة المتجددة للعزوم**

العزوم

الدالة المتجددة للعزوم

* + 1. العزوم Les moments

كما التباين يعتبر العزم من تطبيقات توقع دالة. نميز بين نوعين من العزوم: العزم المركزي والعزم المرتبط بالأصل. تستخدم العزوم في حساب عدد من المقاييس مثل معامل التماثل (coefficient d'asymétrie) α3 ومعامل التفلطح (Kurtosis ou coefficient d'aplatissement) α4.

* + - 1. **العزم المركزي μr Le moment central.**

يعرف العزم المركزي من الدرجة r للم ع X كما يلي:





يحسب العزم المركزي حسب طبيعة المتغيرة متقطعة أو مستمرة كما يلي:

  

**مثال .** أحسب العزوم المركزية من الدرجة 0، 1، 2 و3 للمتغيرة ع ذات دالة الكثافة:



 







**مثال:** أحسب العزوم المركزية من الدرجة 0، 1، 2 و3 للمتغيرة ع المتقطعة التي تمثل عدد مرات الحصول على صورة في رميتين لقطعة نقدية.

* + - 1. **العزم المرتبط بالأصل Moment autour de la moyenne μ'r**

يعرف العزم المرتبط بالأصل كما يلي: 



**مثال**: أحسب العزوم المرتبطة بالأصل من الدرجة 0، 1، 2، 3 و4 للمتغيرة ع المتصلة ذات دالة الكثافة:

****

**مثال2.** أحسب العزوم المرتبطة بالأصل من الدرجة 0، 1، 2، 3 و4 للمتغيرة ع المتقطعة التي تمثل عدد مرات الحصول على صورة في رميتين لقطعة نقدية.

* + - 1. **العلاقة بين العزم المركزي والعزم المرتبط بالأصل**



يمكن أيضا الحصول على العزوم المرتبطة بالأصل من الدرجة r من خلال اشتقاق الدالة المتجددة للعزوم r مرة.

* + 1. الدالة المتجددة للعزوم La fonction génératrice des moments Mx(t)

الدالة المتجددة للعزوم هي دالة مرتبطة بمتغيرة (معلمة) t بالإضافة إلى ارتباطها ب X، ود م ع كما يلي:



في حالة م ع متقطعة: و في حالة م ع مستمرة:

****

**مثال:** أكتب الدالة المتجددة للعزرم من أجل t ≠ 0للم ع المعرفة في كما يلي:









تستخدم الدالة المتجددة للعزوم لحساب العزم المركزي من درجة r:



كما تستخدم الد م ع لإثبات تساوي توزيعين احتماليين، مثلا عند تحقق شروط معينة، ونحتاج ذلك خاصة عند دراسة التقارب بين التوزيعات الاحتمالية. النظرية التي نستعملها في ذلك هي كالآتي:

 لتكن م ع X وY لهما الد م ع Mx(t) وMy(t) ؛ نقول أن م ع X وY لهما نفس التوزيع الاحتمالي إذاا:

  **Mx(t) = My(t)**

كما تستخدم الد م ع لإثبات إستقلال توزيعين احتماليين. النظرية التي نستعملها في ذلك هي كالآتي:

إذا X وY م ع مستقلتان، لهما الد م ع Mx(t) وMy(t) ؛ فإن:  **Mx+y(t) = Mx(t) . My(t)**

* + 1. **خلاصة**

العزم و الدالة المتجدد للعزوم هي عبارة عن توقعات دوال (أنظر المبحث السابق). يدخل العزم في حساب بعض المؤشرات مثل التباين و التوقع الرياضي، معامل التفلطح و معامل التماثل.

يعرف العزم المركزي من الدرجة r للم ع X كما يلي:

يعرف العزم المرتبط بالأصل كما يلي: 

تعرف الدالة المتجددة للعزوم كما يلي: 

تستخدم الدالة المتجددة للعزوم لإثبات التقارب بين توزيعات احتمالية و ذلك من خلال نظريتين أساسيتين.

* نقول أن م ع X وY لهما نفس التوزيع الاحتمالي إذاا: Mx(t) = My(t)
* إذا X وY م ع مستقلتان فإن:  Mx + y (t) = Mx(t) . My(t)